

## Plan pracy MATEMATYKA 2 Zakres podstawowy (po podstawówce)

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
<b>1. FUNKCJA KWADRATOWA</b>				<b>28</b>
1. Wykres funkcji kwadratowej – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wykres funkcji <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math>, gdzie <math>a \neq 0</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = ax^2</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i odczytuje z wykresu jej własności</li> <li>– szkicuje wykres funkcji kwadratowej <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i odczytuje z wykresu jej własności</li> </ul>	K K-P	2
2. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej</li> <li>– trójmian kwadratowy</li> <li>– współrzędne wierzchołka paraboli</li> <li>– wyróżnik trójmianu kwadratowego</li> <li>– oś symetrii paraboli</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej</li> <li>– przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji</li> <li>– przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej</li> <li>– wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu</li> <li>– wyznacza równanie osi symetrii paraboli</li> </ul>	K K-P K K-P K-P	3
3. Równania kwadratowe (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pierwiastki równania kwadratowego</li> <li>– metoda rozwiązywania równań kwadratowych przez rozkład na czynniki</li> <li>– interpretacja geometryczna rozwiązań równania kwadratowego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje wzory skróconego mnożenia oraz metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do przedstawienia wyrażenia w postaci iloczynu</li> <li>– rozwiązuje równanie kwadratowe za pomocą rozkładu na czynniki</li> <li>– interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego</li> <li>– wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych</li> </ul>	K K-R K K-P	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
4. Równania kwadratowe (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego</li> <li>– wzory na pierwiastki równania kwadratowego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika</li> <li>– rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki</li> <li>– interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika <math>a</math> i wyróżnika <math>\Delta</math></li> <li>– wykorzystuje poznane wzory do szkicowania wykresu funkcji kwadratowej</li> </ul>	<p>K K–R  K P–D</p>	2
5. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja postaci iloczynowej funkcji kwadratowej</li> <li>– twierdzenie o istnieniu postaci iloczynowej funkcji kwadratowej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– definiuje postać iloczynową funkcji kwadratowej i warunek jej istnienia</li> <li>– sprawdza, czy funkcję kwadratową można zapisać w postaci iloczynowej</li> <li>– zapisuje funkcję kwadratową w postaci iloczynowej</li> <li>– odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej i jej postaci iloczynowej</li> <li>– przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej</li> </ul>	<p>K  P P  K–P  P</p>	2
6. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– oś symetrii paraboli i jej związek z miejscami zerowymi funkcji kwadratowej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności</li> <li>– zapisuje w każdej z trzech możliwych postaci wzór funkcji kwadratowej przedstawionej za pomocą wykresu</li> </ul>	<p>P–D  P–R</p>	1
7. Nierówności kwadratowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyjaśnia związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego</li> <li>– rozwiązuje nierówność kwadratową</li> <li>– wykorzystuje nierówności kwadratowe do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności, w szczególności wyznacza dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje pierwiastek kwadratowy</li> <li>– zaznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych</li> </ul>	<p>K K–P  R–D  R–D</p>	3

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
8. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– równanie dwukwadratowe</li> <li>– rozwiązywanie równań metodą podstawiania</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych</li> <li>– wprowadza niewiadomą pomocniczą, podaje odpowiednie założenia i rozwiązuje równanie kwadratowe z niewiadomą pomocniczą</li> </ul>	K P-D	2
9. Układy równań	<ul style="list-style-type: none"> <li>– sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia</li> <li>– sieczna paraboli, styczna do paraboli</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej</li> <li>– podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli</li> </ul>	K-R P-D	2
10. Funkcja kwadratowa – zastosowania (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zastosowanie funkcji kwadratowej</li> <li>– najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji</li> <li>– wyznacza wartości najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym</li> <li>– stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych</li> </ul>	K P-D P-D	2
11. Funkcja kwadratowa – zastosowania (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność</li> <li>– znajduje rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki</li> <li>– przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź</li> <li>– rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej</li> </ul>	P-R P-R P-D D	2
12. Powtórzenie wiadomości 13. Praca klasowa i jej omówienie				5
<b>2. WIELOMIANY</b>				<b>25</b>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. Stopień i współczynniki wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicje jednomianu, dwumianu, trójmianu, wielomianu</li> <li>– stopień jednomianu i wielomianu</li> <li>– współczynniki wielomianu, wyraz wolny wielomianu</li> <li>– pojęcie wielomianu zerowego</li> <li>– porządkowanie wielomianu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników</li> <li>– zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach</li> <li>– zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li> <li>– oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu</li> <li>– wyznacza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu</li> <li>– sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li> <li>– wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki</li> </ul>	<p>K</p> <p>K</p> <p>K</p> <p>K–P</p> <p>P</p> <p>K–P</p> <p>P–R</p>	2
2. Dodawanie i odejmowanie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> <li>– dodawanie wielomianów</li> <li>– odejmowanie wielomianów</li> <li>– stopień sumy i różnicy wielomianów</li> <li>– wielomian dwóch (trzech) zmiennych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza sumę wielomianów</li> <li>– wyznacza różnicę wielomianów</li> <li>– określa stopień sumy i różnicy wielomianów</li> <li>– szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego</li> <li>– odczytuje informacje z danego wykresu wielomianu</li> <li>– wyznacza sumę i różnicę wielomianów wielu zmiennych</li> <li>– stosuje wielomian do opisanie np. pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu</li> <li>– oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li> </ul>	<p>K</p> <p>K</p> <p>K–P</p> <p>R</p> <p>P–R</p> <p>R</p> <p>R</p> <p>R</p>	2
3. Mnożenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> <li>– mnożenie wielomianów</li> <li>– stopień iloczynu wielomianów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li> <li>– wyznacza iloczyn danych wielomianów</li> <li>– podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów</li> <li>– wyznacza iloczyn wielomianów wielu zmiennych</li> </ul>	<p>K</p> <p>K–R</p> <p>P</p> <p>R</p>	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
4. Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzory skróconego mnożenia: <math>(a \pm b)^3</math> oraz <math>a^3 \pm b^3</math></li> <li>– wzory: <math>a^n - 1</math> oraz <math>a^n - b^n</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę lub różnicę sześciąt</li> <li>– przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia</li> <li>– stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości sześcianu</li> <li>– wyprowadza wzory skróconego mnożenia</li> <li>– stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li> <li>– wykorzystuje wzory skróconego mnożenia do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności</li> </ul>	<p>K–P</p> <p>P–D</p> <p>K–P</p> <p>R</p> <p>D–W</p> <p>R–D</p>	1
5. Rozkład wielomianu na czynniki (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki</li> <li>– zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów</li> <li>– twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyłącza wspólny czynnik przed nawias</li> <li>– stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki</li> <li>– wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki</li> <li>– zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia</li> <li>– rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów</li> </ul>	<p>K</p> <p>K</p> <p>P–R</p> <p>P–R</p> <p>R–D</p>	2
6. Rozkład wielomianu na czynniki (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześciąt</li> <li>– metoda grupowania wyrazów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianu na czynniki</li> <li>– stosuje wzory na sumę i różnicę sześciąt do rozkładu wielomianu na czynniki</li> </ul>	<p>K–R</p> <p>P–R</p>	2
7. Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie pierwiastka wielomianu</li> <li>– równanie wielomianowe</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje równanie wielomianowe</li> <li>– wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów</li> <li>– podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki</li> </ul>	<p>K–D</p> <p>K–D</p> <p>K–D</p>	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
8. Dzielenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> <li>– algorytm dzielenia wielomianów</li> <li>– podzielność wielomianów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li> <li>– stosuje schemat Hornera</li> <li>– zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li> <li>– sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci <math>x - a</math> (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku</li> </ul>	<p>K R-D K K-P  W</p>	1
9. Twierdzenie Bézouta	<ul style="list-style-type: none"> <li>– twierdzenie o reszcie</li> <li>– twierdzenie Bézouta</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li> <li>– wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math></li> <li>– sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki</li> <li>– wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian</li> <li>– sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian <math>(x - p)(x - q)</math> bez wykonywania dzielenia</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta</li> </ul>	<p>K K  K-P  P  R-D W</p>	2
10. Pierwiastki całkowite wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> <li>– twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych</li> <li>– rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> <li>– stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu do rozkładu wielomianu na czynniki</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>	<p>K  K-P  R  W</p>	3
11. Wielomiany – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zastosowanie wielomianów do rozwiązywania zadań tekstowych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu</li> <li>– rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe</li> </ul>	<p>P-R  P-D</p>	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
12. Powtórzenie wiadomości 13. Praca klasowa i jej omówienie				4
<b>3. FUNKCJE WYMIERNE</b>				<b>20</b>
1. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– hiperbola – wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math></li> <li>– asymptoty poziome i pionowe wykresu funkcji</li> <li>– własności funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz podaje równania asymptot jej wykresu</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math> w podanym zbiorze</li> <li>– odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli</li> <li>– wyznacza współczynnik <math>a</math> tak, aby funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> spełniała podane warunki</li> </ul>	K P-R P R	1
2. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi $OY$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresu funkcji <math>y = \frac{a}{x} + q</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>y = \frac{a}{x} + q</math>, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu</li> <li>– wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki</li> </ul>	K-P K-P P-R	1
3. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi $OX$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresu funkcji <math>y = \frac{a}{x-p}</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>y = \frac{a}{x-p}</math>, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu</li> <li>– wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math> i wyznacza równania jej asymptot</li> <li>– wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li> <li>– przekształca wzór funkcji danej w postaci <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}</math> i <math>c \neq 0</math>, do postaci <math>f(x) = \frac{r}{x-p} + q</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}</math> i <math>r \neq 0</math>, oraz szkicuje jej wykres</li> </ul>	K K-P P-R R-D D W	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
4. Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wyrażenie wymierne</li> <li>– dziedzina wyrażenia wymiernego</li> <li>– funkcja wymierna</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego</li> <li>– oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li> <li>– upraszcza wyrażenia wymierne</li> <li>– wyznacza dziedzinę funkcji wymiernej</li> <li>– określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek kwadratowy</li> </ul>	<p>K–R</p> <p>K K–R P</p> <p>D</p>	1
5. Mnożenie i dzielenie wyrażen wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– mnożenie i dzielenie wyrażen wymiernych</li> <li>– dziedziny iloczynu i ilorazu wyrażen wymiernych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażen wymiernych</li> <li>– mnoży wyrażenia wymierne, podając ich iloczyn w najprostszej postaci</li> <li>– dzieli wyrażenia wymierne, podając ich iloraz w najprostszej postaci</li> </ul>	<p>K–R</p> <p>K–R</p> <p>K–R</p>	2
6. Dodawanie i odejmowanie wyrażen wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– dodawanie i odejmowanie wyrażen wymiernych</li> <li>– dziedziny sumy i różnicy wyrażen wymiernych</li> <li>– przekształcenia wzorów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażen wymiernych</li> <li>– dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, podając ich sumę i różnicę w najprostszej postaci</li> <li>– przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li> </ul>	<p>K</p> <p>K–R</p> <p>P–R</p>	2
7. Równania wymierne (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– równania wymierne typu <math>\frac{u(x)}{w(x)} = 0</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje równania wymierne typu <math>\frac{u(x)}{w(x)} = 0</math>, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li> <li>– rozwiązuje równania wymierne, stosując wzory skróconego mnożenia, i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>	<p>K–R</p> <p>P–R</p>	2
8. Równania wymierne (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– równania wymierne, wymagające przekształcenia wyrażen wymiernych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje równania wymierne, przekształcając wyrażenia wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li> <li>– podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego</li> </ul>	<p>P–R</p> <p>D</p>	1



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
9. Równania z wartością bezwzględną	– równania z wartością bezwzględną	Uczeń: – rozwiązuje równania postaci $ x - a  = b$ , wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań typu $ ax + b  = c$ – rozwiązuje proste równania wymierne ze znakiem wartości bezwzględnej	K-P P-D R	2
10. Nierówności z wartością bezwzględną	– nierówności z wartością bezwzględną	Uczeń: – rozwiązuje nierówności postaci: $ x - a  < b$ , $ x - a  \leq b$ , $ x - a  > b$ , $ x - a  \geq b$ , wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania nierówności typu: $ ax + b  < c$ , $ ax + b  \leq c$ , $ ax + b  > c$ , $ ax + b  \geq c$ – rozwiązuje proste nierówności wymierne ze znakiem wartości bezwzględnej	K-P P-D R	1
11. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1)	– zastosowanie wyrażen wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych	Uczeń: – wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (także osadzonych w kontekście praktycznym)	K-D	1
12. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2)	– zastosowanie zależności $t = \frac{s}{v}$ $(s = vt, v = \frac{s}{t})$	Uczeń: – wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem	P-D	2
13. Powtórzenie wiadomości 14. Praca klasowa i jej omówienie				3
<b>4. TRYGNOMETRIA</b>				<b>24</b>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. Trójkąty prostokątne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa</li> <li>– wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego</li> <li>– stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych</li> <li>– korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>	<p>K</p> <p>P–D</p> <p>P–R</p> <p>W</p>	2
2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego</li> <li>– wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym</li> <li>– podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math></li> <li>– oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków</li> <li>– oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li> <li>– dowodzi zależności między wartościami funkcji trygonometrycznych kątów ostrych</li> </ul>	<p>K</p> <p>P</p> <p>K</p> <p>P–R</p> <p>W</p>	2
3. Trygonometria – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> <li>– odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów w tablicach</li> <li>– odczytywanie miary kąta, dla którego dana jest wartość funkcji trygonometrycznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta w tablicach lub wartości kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych</li> <li>– wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych</li> </ul>	<p>K</p> <p>P–R</p>	2
4. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązywanie trójkątów prostokątnych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje trójkąty prostokątne</li> <li>– wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>	<p>K–P</p> <p>P–D</p>	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
5. Związki między funkcjami trygonometrycznymi	<ul style="list-style-type: none"> <li>– podstawowe tożsamości trygonometryczne</li> <li>– zależności między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych w trójkącie prostokątnym:  <math>\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha</math>,  <math>\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>,  <math>\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów <math>\alpha</math> i <math>90^\circ - \alpha</math></li> <li>– wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich</li> <li>– sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności</li> <li>– stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne</li> <li>– uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi</li> <li>– przeprowadza dowody podstawowych tożsamości trygonometrycznych</li> </ul>	<p>K</p> <p>P-R</p> <p>P-R</p> <p>P-D</p> <p>R-D</p> <p>W</p>	2
6. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ramię początkowe, ramię końcowe kąta</li> <li>– kąt wypukły, kąt rozwarty</li> <li>– funkcje trygonometryczne kąta wypukłego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego</li> <li>– oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku</li> <li>– stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi kąta wypukłego</li> <li>– znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych</li> </ul>	<p>K</p> <p>K-P</p> <p>R</p> <p>R</p>	2
7. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zależności:  <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>,  <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha</math>  <math>\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>135^\circ</math></li> <li>– korzysta z tablic i przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych do wyznaczenia miary kąta rozwartego</li> </ul>	<p>K-P</p> <p>K-P</p>	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
8. Pole trójkąta	<ul style="list-style-type: none"> <li>wzory na pole trójkąta (<math>P = \frac{1}{2}ah</math>, <math>P = \frac{1}{2}absiny</math>, wzór Herona)</li> <li>wzór na pole trójkąta równobocznego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje różne wzory na pole trójkąta</li> <li>oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór</li> <li>wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> <li>dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{1}{2}absiny</math></li> </ul>	K P-R  R-D R	3
9. Pole czworokąta	<ul style="list-style-type: none"> <li>wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela czworokąty oraz zna ich własności</li> <li>podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu</li> <li>oblicza pola czworokątów</li> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach</li> <li>uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>	K K K-R  K-D R-W	3
10. Powtórzenie wiadomości 11. Praca klasowa i jej omówienie				5
<b>5. PLANIMETRIA</b>				<b>23</b>
1. Okrąg	<ul style="list-style-type: none"> <li>długość okręgu</li> <li>kąt środkowy</li> <li>długość łuku okręgu</li> <li>wzajemne położenie okręgów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> <li>oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu, stosuje poznane wzory do obliczania obwodów figur</li> <li>określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów</li> <li>określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> <li>wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań</li> </ul>	K  K K-P  K-P P-R	2
2. Koło	<ul style="list-style-type: none"> <li>pole koła</li> <li>pole wycinka koła</li> <li>pierścień kołowy</li> <li>odcinek koła</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje wzory na pole koła i pole wycinka koła</li> <li>stosuje poznane wzory do obliczania pól figur</li> <li>oblicza pole figury, wykorzystując styczność okręgów</li> </ul>	K K P-R	1
3. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> <li>styczna do okręgu</li> <li>sieczna okręgu</li> <li>twierdzenie o odcinkach stycznych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu</li> <li>stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań</li> <li>określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu</li> </ul>	K  P-D P-R	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
4. Kąty w okręgu	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie kąta wpisanego</li> <li>– twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia</li> <li>– twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu</li> <li>– twierdzenie o cięciwach</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> <li>– stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia</li> <li>– stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań</li> <li>– stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> <li>– formułuje twierdzenia dotyczące kątów w okręgu i dowodzi ich prawdziwości</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach</li> </ul>	<p>K</p> <p>K–R</p> <p>K–R</p> <p>R–D</p> <p>D–W</p> <p>W</p>	2
5. Okrąg opisany na trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– okrąg opisany na trójkącie</li> <li>– promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym</li> <li>– wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{abc}{4R}</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym oraz prostokątnym</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> <li>– stosuje wzór <math>P = \frac{abc}{4R}</math></li> <li>– dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{abc}{4R}</math></li> </ul>	<p>K–D</p> <p>P–D</p> <p>P–D</p> <p>D</p>	2
6. Okrąg wpisany w trójkąt	<ul style="list-style-type: none"> <li>– okrąg wpisany w trójkąt</li> <li>– wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny oraz prostokątny</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> <li>– stosuje wzór <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> <li>– dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> </ul>	<p>K–P</p> <p>P–D</p> <p>D–W</p> <p>P–D</p> <p>D</p>	2
7. Wielokąty foremne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wielokąt foremny</li> <li>– miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego</li> <li>– promień okręgu opisanego na sześciokącie foremnym</li> <li>– promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności</li> <li>– wyznacza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego</li> <li>– wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych</li> <li>– uzasadnia i stosuje zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny</li> </ul>	<p>K–P</p> <p>P–R</p> <p>P–R</p> <p>D–W</p>	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
8. Twierdzenie sinusów	– twierdzenie sinusów	Uczeń: – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym – przeprowadza dowód twierdzenia sinusów	K–D P–D W	2
9. Twierdzenie cosinusów (1)	– twierdzenie cosinusów	Uczeń: – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów – przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów	K–D W	2
10. Twierdzenie cosinusów (2)	– długości boków trójkąta a miary kątów leżących odpowiednio naprzeciwko tych boków – twierdzenie o najdłuższym boku trójkąta	Uczeń: – wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta – bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	K R P–D	2
11. Powtórzenie wiadomości 12. Praca klasowa i jej omówienie				5
<b>Pozostałe godziny do dyspozycji nauczyciela</b>				